

## LAS FORMAS DEL UNIVERSO

Por Magnus Dagon

En el año 2006 se celebró en Madrid el llamado Congreso Internacional de Matemáticos o ICM, y se habló mucho de un matemático llamado Grigori Perelman que ha resuelto uno de los grandes problemas abiertos de las matemáticas, la conjetura de Poincaré. Entre otras cosas, se ha dicho que esta conjetura ayudará a conocer la verdadera forma del Universo. El caso es que en ninguna parte han tratado de profundizar un poco más ni en la ciencia matemática a la que pertenece dicha conjetura, la topología, ni en cómo exactamente va a ayudar a semejante prodigio de la astrofísica, y por eso me he liado la manta a la cabeza y he decidido (intentar) explicarlo siendo lo más claro posible, pero tampoco simplista. Así que vamos allá.

Lo primero de todo: la topología NO tiene nada que ver con la topografía, un error bastante habitual. La topología es una rama de la geometría que tiene como objetivo clasificar todas las formas existentes. Así de fácil y así de complejo. De ese modo, al conocerse todas, se podría ayudar a muchas otras ciencias a la hora de establecer modelos aproximados de la realidad, y en especial a la física.

Lo primero que hace la topología es tener en cuenta el asunto de las dimensiones de los objetos, desde una sola dimensión hasta las que uno quiera (no hay límite en términos abstractos). Es importante no confundir la dimensión de un objeto con la del espacio que lo contiene. Por ejemplo, una pelota tiene dimensión dos, aunque está dentro del espacio tridimensional. ¿Y por qué es esto? Pues porque si fuéramos un bicho y estuviéramos apoyados en la pelota, para nosotros no sería muy distinto de un plano. Fijado un punto de partida, con dos números (latitud y longitud) nos bastaría para desplazarnos, igual que en un plano nos bastaría con saber cuánto a la derecha o izquierda y cuánto arriba o abajo nos desplazamos del origen. Por otro lado, un muelle posee una sola dimensión, porque por el mismo motivo, viviendo *dentro* de él no notaríamos diferencia entre él y un alambre recto.

Vamos a llamar a los objetos de dimensión dos superficies (porque en verdad lo son).

Por fortuna hay métodos indirectos para poder distinguir unos objetos de otros. Del mismo modo que nosotros no necesitamos salir de la Tierra para saber que es redonda, ciertas evidencias físicas como la gravedad o el concepto de curvatura y las longitudes de las sombras nos darían pistas para saber cómo es una superficie en la que estamos atrapados.

Claro, alguien puede decir, pues para qué eso si podemos verlo desde fuera. Eso está muy bien si hablamos de superficies, pero hemos dicho que la topología se encarga de todas las dimensiones. Pensemos en dimensión tres. Igual que hay muchas clases de superficies, hay muchas clases de objetos de dimensión tres, aunque no los podamos

percibir. De hecho, vivimos dentro de uno muy grande del que parece que no podemos escapar: el Universo. Así que enfocar el estudio de estas formas desde el punto de vista anterior no es una tontería, ni mucho menos.

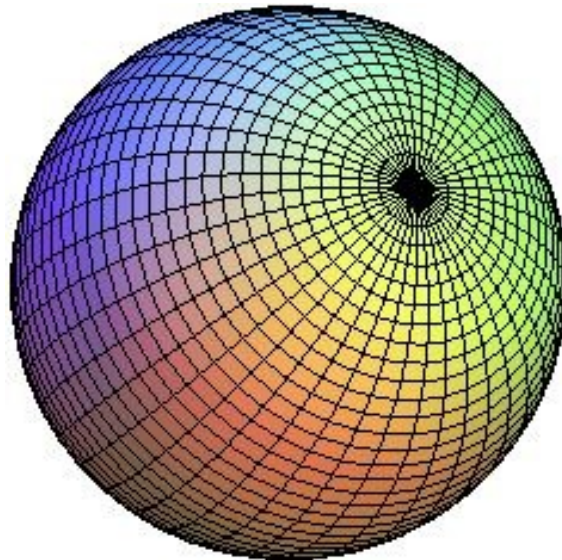
De modo que nos centraremos en las superficies. Salvo algunas pocas excepciones de objetos prácticamente unidimensionales (como por ejemplo un hilo), en nuestra vida cotidiana todo lo que nos rodea son superficies. Claro, así a priori pensar en clasificar todas esas formas parece una tarea titánica. Y en verdad lo es, además de un poco innecesaria, porque en el fondo hay formas que no son tan distintas de otras. Es por ese motivo que los topólogos, para hacerse la vida un poco menos imposible, decidieron que si podíamos coger una superficie y deformarla hasta obtener otra, entonces eran esencialmente iguales. Por ejemplo, todas las pelotas, con independencia de su radio, son iguales, porque podemos estirarlas o aplastarlas hasta tener las otras. Y no sólo eso, de hecho un balón de rugby es igual a una pelota, e incluso una cuchara es igual a una pelota. Imaginen que la cuchara es de plastilina, por tanto la pueden deformar todo lo que quieran mientras no corten ni peguen nada hasta hacer una pelota con ella. Pero por ejemplo, un donut nunca será igual a una esfera, porque por mucho que deformen, no podrán librarse del agujero del medio (por eso es importante la regla de no pegar ni cortar).

Bueno, la clasificación es ahora un poco más sencilla... ¿o no? Pues aunque parece que hemos simplificado muchísimo, aún existen demasiadas formas. De modo que vamos a pedir algo más, dos propiedades un poco extrañas pero que dan coherencia a todo el asunto.

La primera es que los objetos serán compactos. La idea de un objeto compacto es que aunque no esté acotado, posee propiedades y ventajas parecidas. Eso se consigue poniendo una serie de propiedades matemáticas que no vienen al caso, y es razonable porque los objetos no compactos de dos dimensiones son muy escasos en la naturaleza.

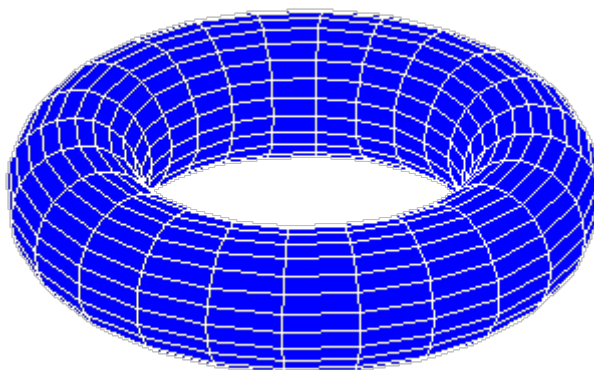
Por otro lado vamos a pedir que no tengan borde. Por borde se entienden finales bruscos, como las esquinas de un cubo o la base de un cono. El motivo de eso es que con nuestro truco de deformar podemos hacer suaves esos bordes, de modo que considerar objetos con borde no haría más que complicar las cosas.

Vamos mejor. Esto ya empieza a tener buena pinta. Ahora presentaré una serie de superficies importantes en el mundo de la topología. La primera de ellas ya la conocen. Es la esfera.



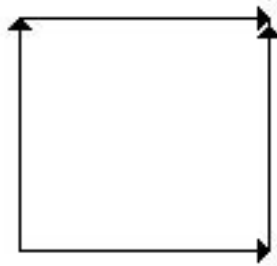
La esfera es una superficie muy importante. Para empezar, porque con nuestro truco de deformar, hay millones de cosas que pasan a tener la *misma* forma de una esfera. Sólo en mi escritorio cuento así en un momento un par de docenas (eso sin incluir todos y cada uno de mis bolígrafos y lapiceros).

La siguiente en la lista ha sido mencionada antes bajo la forma de donut. Su nombre matemático es el toro.



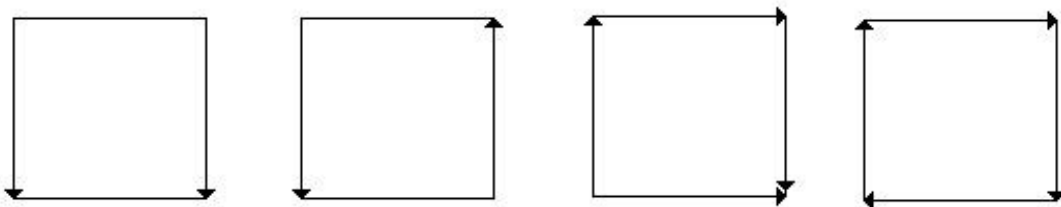
Es importante destacar del toro que, como decía antes, tiene entidad propia, no es como la esfera. El toro es el gran representante de todos los objetos con un agujero que conocemos, como una taza de café. El agujero hace que, por ejemplo, dos viajeros, uno que siga un círculo vertical, y otro que siga un círculo horizontal, no puedan jamás encontrarse salvo al regresar de nuevo al punto de partida (no como en la esfera, donde sus rutas se cruzan en las antípodas).

Otra cosa importante del toro es que hay una manera de *dibujarlo* en dos dimensiones, y es como si fuera una especie de recortable. Cogemos un cuadrado (que si es necesario podemos estirar como chicle en vertical ú horizontal, recuerden), y pegamos los lados opuestos entre sí teniendo en cuenta que las puntas de las flechas deben coincidir:



¿Por qué es importante (y mucho) esto? Porque podemos estudiar una superficie usando sólo dibujos planos. Si un bichito que viviera en una pelota de tenis evolucionara mucho, podría hacerlo, de hecho, aunque no tuviera percepción de la tercera dimensión. Y volviendo al Universo, nosotros apenas tenemos percepción de la cuarta dimensión, pero gracias a este procedimiento, podemos *ver* el Universo a partir de un esquema de recortables parecido a éste. Claro, es más complicado porque ahora las cosas que se juntan no son líneas sino superficies y en teoría no partimos de un cuadrado sino de un cubo, pero la idea básica se mantiene.

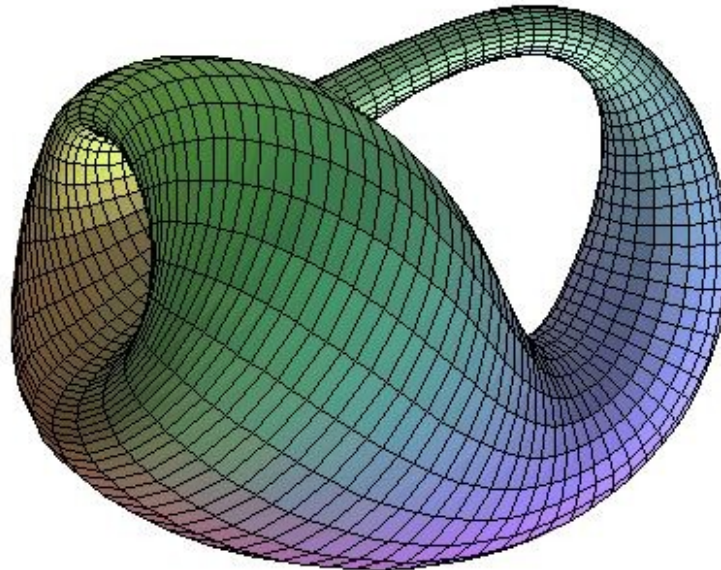
Pero vamos a regresar al cuadrado. A base de poner distintas flechas uno puede jugar una barbaridad y obtener formas de lo más variopintas. Incluyendo una nueva regla, que es que los lados opuestos sin flechas no se deben pegar, vamos a poner unos ejemplos a ver si son capaces de distinguir de qué figuras hablamos:



La primera, en efecto, es un cilindro, pues es como coger una tira de papel y pegarla por los extremos. La segunda, sin embargo, al tener las flechas apuntando al revés, da otra forma ligeramente distinta. La idea es que antes de pegar los extremos de nuestra tira damos un giro. Esta superficie, que seguro a muchos les suena porque la ciencia ficción la adora, es la banda de Moebius (no confundir, por cierto, con el por otro lado magnífico dibujante).



La banda de Moebius tiene una extraña propiedad: no posee nada que se pueda llamar *dentro y fuera*. A un cilindro, con poner dos tapas, le basta para poseer interior y exterior. Un toro y una esfera, evidentemente, lo poseen. Pero cualquier intento de hacer eso con la banda de Moebius está destinado al fracaso. De hecho, si uno se pone a andar por la cara interior de la banda, de repente aparece por la cara exterior y viceversa. Ojalá pasara eso con una esfera, en concreto con nuestro planeta (es decir, que viajando por el exterior de repente apareciéramos en el interior). Esta propiedad se llama ser no orientable, y la banda de Moebius no es la única superficie que la posee. Los dos últimos cuadrados tampoco lo son. Es posible que algunos se hayan roto la cabeza intentando imaginar qué formas tienen. No se esfuercen, no se pueden concebir por la mente humana con claridad de lo extraños que son porque no pueden ser dibujados en un espacio de dimensión tres. El primero de ellos se llama la Botella de Klein, y el dibujo que mejor lo aproxima es el siguiente:



Es una superficie muy rara pero muy importante, la idea es que la botella tiene conectado el cuello y la base y está a la vez dentro y fuera de sí misma, pero esto es sólo una manera de hablar, porque como la banda de Moebius, no posee dentro ni fuera. La otra se llama el plano proyectivo. La representación del cuadrado de arriba no es la más habitual para referirse a ella. Se usa mucho en dibujo técnico y en perspectivas, porque en ella no existen las rectas paralelas (de hecho, se puede decir que su inventor es Leonardo Da Vinci).

Sólo me falta un ingrediente para la gran receta, y es la suma conexa de dos superficies. La idea de la suma conexa es: cogemos un tubo, pegamos un extremo a una superficie, otro a la otra, y tenemos una suma conexa. Como podemos deformar lo que queramos, al final es como si cosiéramos una superficie a otra, en cierto modo. Así que vamos a ver, la suma conexa de un toro y una esfera es... un toro con un bulto redondo enorme, ¿no? Peero, deformamos el bulto enorme (imaginen que es como un grumo de harina que hundimos) y tenemos... pues otra vez el toro. Ahora, la suma conexa de dos toros es... pues es una figura nueva. Tener dos agujeros no tiene nada que ver con tener uno ni tener ninguno. Esta figura se llama, como es lógico, el ocho. Es representante de objetos de la vida cotidiana con dos agujeros, como unas tijeras.

Y por fin, llega la gran clasificación. Vale, vale, vale, tenemos una superficie cualquiera, que es compacta y sin borde, acordamos. Entonces:

- Si es orientable, es o una esfera, o un toro, o sumas conexas de varios toros entre sí (tres agujeros, cuatro, cinco...)
- Si no lo es, o es el plano proyectivo, o es la Botella de Klein, o es sumas conexas de estas dos superficies (aquí podemos mezclar, y salen cosas distintas, no como arriba, que coser una esfera no vale para nada).

Y ya está. Se acabó. No hay más. De este modo se obtienen TODAS las superficies que existen en el Universo. Si ya quieren ser más precisos, empiezan a deformar y punto, pero tampoco es necesario, porque la geometría de dos superficies, si una es deformada a partir de la otra, posee la misma naturaleza. De modo que ahora conocen todas las formas esenciales de todas las superficies del Universo. Bueno, este resultado, por supuesto, es difícil de demostrar, mucho.

Por desgracia, no se ha conseguido este resultado en las superficies de tres dimensiones, es decir, no sólo es que no sepamos qué forma tiene el Universo, es que ni sabemos con seguridad todas las posibilidades. Pero aun así, existen ciertas cosas que debería cumplir. Por otro lado, el reciente descubrimiento de Perelman ha ayudado a que haya que buscar menos formas.

Es importante recordar que es imposible visualizar la mayor parte de los objetos de dimensión tres debido a que para ello deberíamos ser capaces de verlos como una pequeña parte de un espacio de cuatro dimensiones. Por poner una analogía, podemos visualizar una esfera porque podemos verla como encerrada dentro de las tres dimensiones, pero un ser bidimensional no podría hacerlo porque le falta el concepto de altura, por tanto si estuviera sobre ella jamás podría situarse en la posición privilegiada de estar *fuera*. Del mismo modo, no podemos salir de las tres dimensiones para observarlas porque desconocemos la *dirección* que hay que tomar para movernos a lo largo de la cuarta dimensión, o peor aún, podríamos conocerla por métodos abstractos pero aun así no podemos visualizar nada porque nuestra percepción nos lo impide.

De modo que la cosa es más complicada. Mucho más. Ahora, el Universo es un cuerpo físico, y como tal se puede (y hemos) experimentado con él. Eso sí, nuestros experimentos son muy burdos, y en muchas ocasiones no tenemos ni eso, sino sólo unas cuantas teorías. A partir de ahora vamos a admitir como ciertos muchos de los principios que cimentan la física, y vamos a ver qué debe cumplir nuestro Universo para que sigan siendo verdaderos.

**Debe ser orientable.** Antes dijimos que los objetos como la banda de Moebius no son orientables porque sólo poseen una cara. En ellos conceptos como dentro y fuera no tenían sentido, porque pasábamos de uno a otro sin ningún problema (no como en una esfera, donde no hay manera de hacerlo sin pegar cortes). Si nuestro Universo no fuera orientable muchos conceptos que dependen de los sentidos se verían muy perturbados. Por ejemplo, unos astronautas que hicieran una ruta determinada podrían volver como una imagen especular de ellos mismos, es decir, con el corazón a su derecha. Esto parece anecdótico, pero afecta a todos los aspectos imaginables. Por poner otro ejemplo, el llamado spin de un electrón (o sentido de giro) cambiaría también, lo cual pone en grave tela de juicio la mecánica cuántica desarrollada hasta la fecha. De modo que, mientras no haya evidencias físicas que digan lo contrario, es razonable suponer que las leyes de la física, biología y otras ciencias experimentales que conocemos no se van a volver cabeza abajo.

**Es isótropo.** Esto es una consecuencia tanto de la teoría general de la relatividad como

de las observaciones realizadas hasta la fecha. La teoría de Einstein dice que la geometría del Universo es una consecuencia de la gravedad que existe en cada punto (el famoso ejemplo de la sábana que se hunde con pesos), y las observaciones dicen que la distribución de materia es, a gran escala, aproximadamente la misma en todas las direcciones que miremos. Como la materia es responsable de la gravedad, eso nos da una forma uniforme. La consecuencia inmediata de este hecho es que en nuestro Universo modélico (que puede no ser exacto al real pero es muy aproximado, como todos los modelos físicos) la densidad es una constante. Es importante reseñar que, aunque la densidad es masa partido volumen, que sea constante no implica ni que el volumen sea finito ni que la masa sea finita.

**Posee sólo uno de tres tipos de geometrías.** Esto es consecuencia de que es isótropo. Una geometría sirve para medir distancias dentro del objeto. Por ejemplo, la geometría de una esfera no tiene nada que ver con el plano, pues la distancia más corta en la esfera es un trozo de curva llamado geodésica (que es el que emplean los aviones) mientras que en el caso del plano es la clásica línea recta. La geometría de la esfera se llama elíptica y la del plano euclídea; la tercera geometría es llamada hiperbólica. Es muy clásico escuchar en relatos de ciencia ficción e incluso de terror, como *La Llamada de Cthulhu* de H.P. Lovecraft, describir edificios o lugares como *no euclideos*. Lo que el autor quiere transmitir es que las distancias no siguen nuestros conceptos intuitivos. En la geometría hiperbólica, por centrarme en una de ellas, puede incluso haber varias clases de atajos. Una veces puede ser más conveniente seguir una línea recta y otras un trozo de curva.

Trasladando todo este rollo al Universo, se puede decir que uno espera que su geometría no sea euclídea, porque si lo es, entonces no hay atajos, ni podemos hacer trampa, ni nada de nada, las rectas son los caminos más cortos y eso nos deja sin una esperanza de recorrer muy deprisa grandes distancias. De momento no hay evidencias de cuál de las tres geometrías puede ser la del Universo, de hecho cada cierto tiempo, como si fuera una moda, se piensa una de ellas en detrimento de las otras dos. Pero lo que sí es importantísimo es que, debido a que el Universo está en expansión (el conocido Big Bang), cada una de las tres geometrías da lugar a un final del Universo distinto.

Si nuestra geometría es elíptica, la expansión se detendrá llegado un momento y después se contraerá (el conocido Big Crunch). El volumen sería finito y por tanto la masa también (pues la densidad es finita). Eso sí, a medida que pasara el tiempo tenderíamos a estar muuuy apretaditos. No como en una discoteca, mucho más, de hecho, toda la masa del Universo acabaría en un punto. Todo lo existente acabaría muerto, de eso no hay duda, pero la esperanza es que podría haber un nuevo Big Bang.

Si nuestra geometría es euclídea, nuestro Universo se expandirá de manera continua, pero el ritmo de crecimiento será cada vez más pequeño, tenderá a ser cero de hecho. Como esto es un modelo matemático, se puede albergar la esperanza de que *tenderá a ser cero* se podrá interpretar en la realidad como *se detendrá*. La ventaja de esto es que llegaremos a un punto de estabilidad, y todo podría continuar de manera

indefinida.

Si nuestra geometría es hiperbólica, entonces el Universo también se expandirá, pero en este caso nada lo detendrá ni ralentizará. Eso quiere decir que el volumen tenderá a ser infinito (pues no hay freno a la expansión), y como la densidad es una constante y la masa del Universo es finita (lo veremos enseguida) la densidad será cada vez más pequeña. ¿Qué quiere decir eso? Que en este Universo no nos vamos a contraer cada vez más, pero dado que la materia está distribuida de manera uniforme en todos sus puntos acabaríamos como moléculas dispersas, todas separadas y sin formar planetas, ni estrellas, ni vida, ni nada de nada. Otro final desalentador, y encima éste sería el definitivo, porque el crecimiento seguiría y seguiría hasta el fin de los tiempos y más allá, si se me permite ser literario.

**La masa del Universo es finita.** Ya lo he comentado antes y de hecho se deducía en el caso de la geometría elíptica, pero es que es razonable suponerlo siempre. El motivo, de nuevo, es la teoría de la relatividad, aunque la física clásica ya tenía mucho que decir al respecto. De todos es sabido que la energía total se conserva, ni se crea ni se destruye, todo ese rollo. Pero la relatividad nos dice que masa y energía en el fondo son una misma cosa (la famosa formulilla de E igual a m por c al cuadrado). Por tanto la masa es finita.

Hoy en día este hecho es más dudado, porque los avances matemáticos actuales nos hacen darnos cuenta de que una cantidad infinita también puede conservarse. El motivo de esto es que hay muchas clases de infinitos. Los números naturales (uno, dos, tres, etc) son infinitos, pero son sólo parte de los números reales (todos los números con decimales, por ser escueto), que son también infinitos pero muchos más. De todos modos, el manejo de esta clase de números es aún muy pobre para poder emplearlo a escalas más importantes.

**Es simétrico.** Ésta es muy importante. Es consecuencia de las observaciones, y la idea intuitiva es que la geometría del Universo no cambia radicalmente según el lugar que miremos de él (como en un plano o en una esfera, pero no como por ejemplo en una pirámide, cuyos picos traerían consigo nuevas situaciones extrañas).

El motivo de que esto sea no importante, importantísimo, es que de ser cierto, sólo existen cuatro posibilidades para la forma del Universo. Y los ganadores son:

- La esfera de tres dimensiones (no confundir con la esfera de toda la vida, que tiene dos dimensiones. Ésta, como ya decía al principio, no se puede visualizar).
- El espacio proyectivo. Es parecido al plano proyectivo comentado al principio, pero con una dimensión más. Éste, sin embargo, es no orientable.
- El espacio euclídeo tridimensional. El que nos enseñan en el colegio, el de toda la vida, largo, ancho y alto. Lo bueno de que fuera éste es que tiene el futuro asegurado. Lo malo, que las distancias sólo son rectas, de modo que estaríamos atrapados en nuestra propia galaxia por mucho tiempo.

- El espacio hiperbólico tridimensional. Casi al revés que el anterior. Lo bueno, que es posible que viajáramos más deprisa. Lo malo, que está condenado por definición (se trata del que se expandía sin parar ni frenarse).

Respecto a esto, una observación. Recurriendo a un argumento de lógica elemental, si suponemos que nuestro Universo es compacto (que como ya dijimos antes era como decir que tiene propiedades parecidas a ser finito pero no tiene por qué serlo) y que es isotrópico, pues ocurre que la geometría que predomina desde un punto de vista estadístico al coger una forma de tres dimensiones de ese tipo al azar es la hiperbólica, de modo que es la principal candidata a ser la verdadera geometría del Universo. De todos modos, ya se sabe que muchas veces la excepción confirma la regla.

Y por último, sólo mencionar, por fin, en qué consiste el descubrimiento de Grigori Perelman y en qué puede ayudar a conocer la forma del Universo. Recordemos que al principio se decía que la topología considera con igual forma dos objetos que, sin cortar ni pegar, pueden ser deformados hasta que uno sea como el otro (como un balón de rugby y uno de fútbol, o incluso un tenedor y una cuchara). De ese modo afirmé que de hecho casi cualquier objeto no agujereado que se les ocurriera era, en el fondo, como una esfera.

Esto, por desgracia, no es tan sencillo en una dimensión más. Parece probable, aunque sólo fuera por analogía, pero no es seguro. De aquí nació la conjetura de Poincaré.

La conjetura de Poincaré juega con lo siguiente: imaginemos que tenemos bandas elásticas circulares de las de toda la vida. Si ponemos una sobre una esfera es claro que arrugándola, la podemos deformar hasta un solo punto (en realidad sería una bola de goma, pero vamos a pensar que es un punto). Más aún, da igual dónde la pongamos, que siempre podemos hacerlo, ¿no? Bueno, este procedimiento permite encontrar los agujeros. Ahora imaginemos un anillo. Si una banda elástica lo atraviesa, da igual cómo nos pongamos, que no va a haber manera de deformarla hasta que sea un punto. Eso ocurre por culpa del agujero. Si hay más de uno, pues peor aún, más posibilidades.

Los objetos que como la esfera cumplen que toda banda elástica sobre ellos puede ser deformada hasta ser un punto se llaman simplemente conexos. Los que no tienen agujeros lo son, por ejemplo. ¿Pero son los únicos? Esa es la conjetura de Poincaré, es decir, si un objeto es simplemente conexo, entonces lo podemos deformar hasta que sea igual a una esfera.

Para curvas (una dimensión) y para superficies (dos dimensiones) es fácil e intuitivo demostrarlo. Es a partir de tres cuando se complica, y además resulta interesante, no sólo para el Universo (demostrarla implica catalogar mejor sus posibles formas y por tanto que las posibilidades sean más claras), tiene aplicación en innumerables teorías científicas y la Fundación Clay ofrece un millón de dólares a quien lo resuelva por ser uno de los grandes problemas del tercer milenio que hará avanzar la ciencia con su resolución.

Hubo matemáticos como Smale, Stallng, Wallace y Zeeman que lo demostraron para ciertas dimensiones concretas (cuatro, cinco, seis...) con argumentos distintos. En 1980 Freedman usó un mismo argumento y lo validó para todas las dimensiones iguales o mayores que cuatro. Pero el caso tridimensional (es decir, el que concierne a la forma del Universo) seguía irresuelto, y es el que ha demostrado Perelman.

Perelman es sin duda un tipo extraño. Se ha pasado ocho años de su vida recluido para resolver la conjetura, y no se ha presentado a recoger la medalla Fields en Madrid en Agosto de 2006. Para un matemático la medalla Fields es el mayor galardón al que puede aspirar, ya que Nobel no creó el premio Nobel de Matemáticas (según dicen, porque su mujer se la pegaba con un matemático... para que luego digan que viven en su mundo). Además de eso, sólo es entregada si se tiene menos de cuarenta años. Este es el último año que Perelman puede recibirla. Más aún, ha rechazado el millón de dólares ofrecido por la Fundación Clay. Algunos dicen que Perelman se ha desilusionado con el mundo y con las matemáticas. A lo que un servidor dice, vale, acepta el dinero, y lo donas. Pero bueno, cada cual es cada cual.

Hay quien piensa que la conjetura no es para tanto. Sin embargo, sus futuras aplicaciones aún son inimaginables, así como el nivel de comprensión geométrica que nos otorgará. Citando al propio Poincaré, "El pensamiento es sólo un relámpago en el medio de la larga noche, pero ese relámpago lo es todo".

Y también es todo por ahora. Espero que esto haya servido para que comprendan mejor el Universo que les rodea. Chao.

(Para más detalles leer el artículo La Forma del Universo, por Vicente Muñoz).

**Autor: Magnus Dagon (seudónimo literario de Miguel Ángel López Muñoz; Madrid, España. Teorema Z [www.libroandromeda.com](http://www.libroandromeda.com)**

-----  
El autor ha cedido a Libro Andrómeda el derecho de publicación de esta obra en nuestra web, con la siguiente condición, de acuerdo con las opciones de protección de los derechos de propiedad intelectual existentes para la difusión en Internet:

-----  
**Reconocimiento – Sin obra derivada – No comercial:** El material creado por un artista puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial. No se pueden realizar obras derivadas.